

Lec 19

5 the map $w = \cosh z$

$$w = \cosh(x+iy) = \cosh x \cos y + i \sinh x \sin y$$

$$u = \cosh x \cos y$$

$$v = \sinh x \sin y$$

معادلات تحقق u و v و معادله
تحتوی علی

$$\frac{u^2}{\cosh^2 x} + \frac{v^2}{\sinh^2 x} = 1$$

$$\begin{aligned} \cos^2 x + \sin^2 x &= 1 \\ \cosh^2 x - \sinh^2 x &= 1 \end{aligned}$$

$$\frac{u^2}{\cos^2 x} - \frac{v^2}{\sin^2 y} = 1$$

6 the map $w = \sin z$ ~~$w = \sin(x+iy)$~~

$$w = \sin(x+iy) = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$$

$$u = \sin x \cosh y$$

$$v = \cos x \sinh y$$

$$\frac{u^2}{\cosh^2 y} + \frac{v^2}{\sinh^2 y} = 1$$

قطع ناقص

$$\frac{u^2}{\sin^2 x} - \frac{v^2}{\cos^2 x} = 1$$

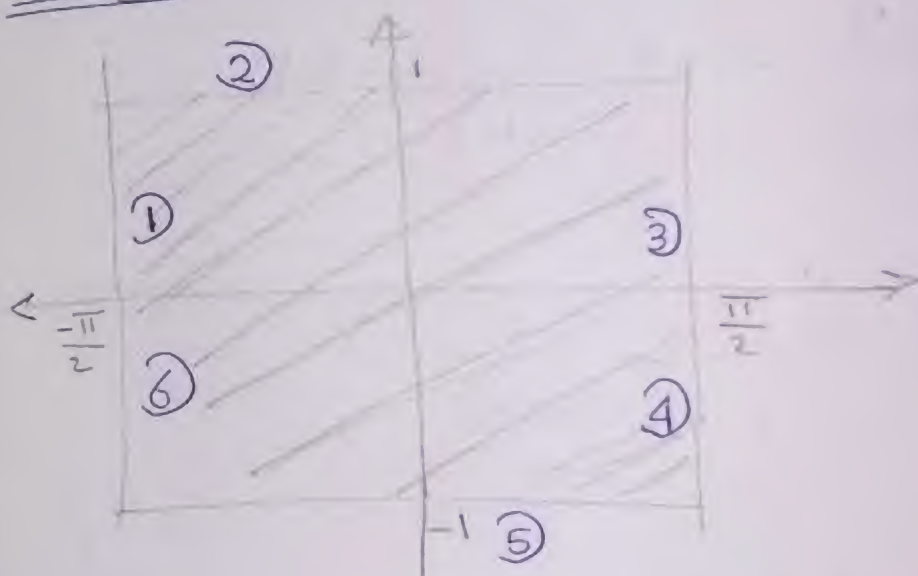
قطع زائد

[Ex] Conform the region $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$
 $-1 \leq y \leq 1$ by the map $w = \sin z$

المنطقة

$$\frac{u^2}{\cosh^2 y} + \frac{v^2}{\sinh^2 y} = 1$$

$$\frac{u^2}{\sin^2 x} - \frac{v^2}{\cos^2 x} = 1$$



$$u = \sin x \cosh y$$

$$v = \cos x \sinh y$$

[2] Lec 19

at $x = \frac{-\pi}{2}$ $u = -\cosh y$ & $v = 0$

→ إذا كانت النقطة عند التقاطع في المحور القياسية تعبر
(∞) تعبر في u, v .

$x = -\frac{\pi}{2}$ ← لأن

(ash) دالة تأكل الإشارة لا بد منه
لوحد و الجزء السالب لوحد

$$0 \leq 5 \leq 1$$

$$y=0 \Rightarrow u = -\cosh a = -1$$

$$y=1 \Rightarrow u = \cosh 1 = 1.54$$

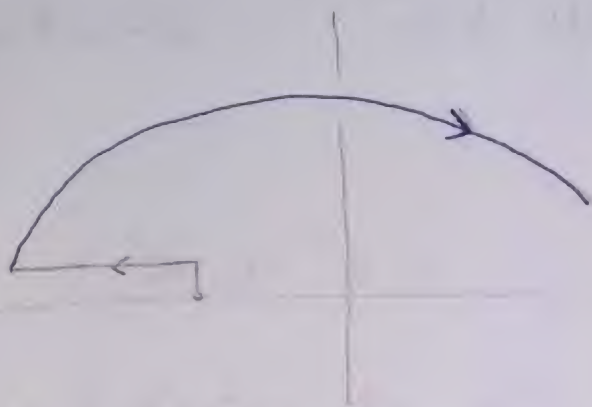
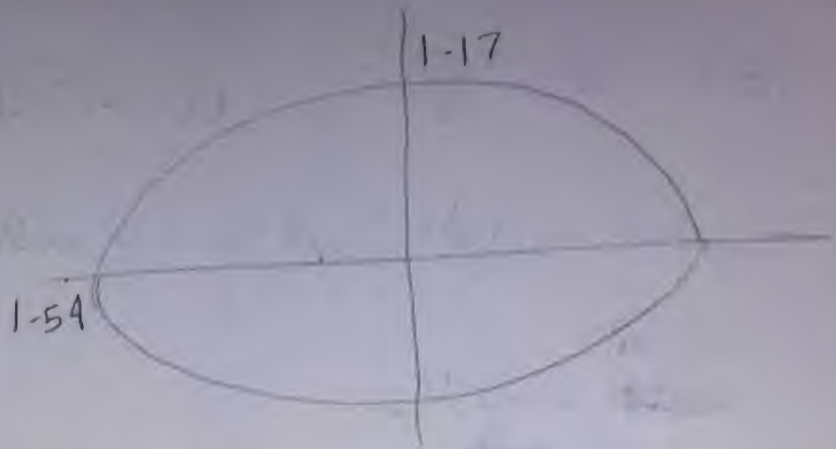
at $y=1$

$$\frac{u^2}{\cosh^2(u)} + \frac{v^2}{\sinh^2(u)} = 1$$

$$\frac{u^2}{(1.54)^2} + \frac{v^2}{(1.17)^2} = 1$$

101 Lucia

سأرسل الرسم الثاني في
نهاية الرسم الأول

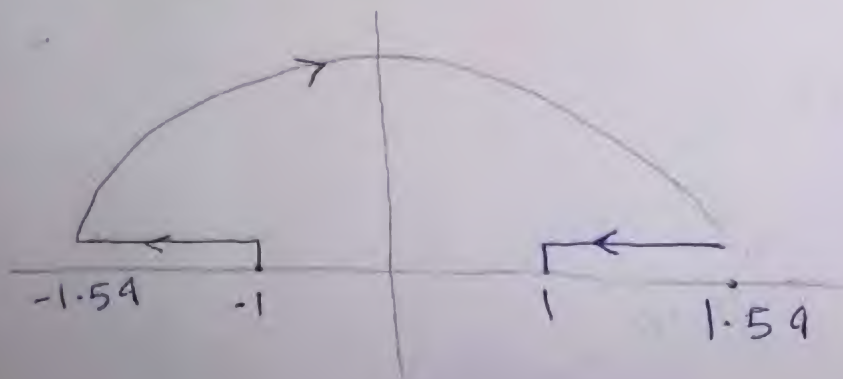


$$\text{at } x = \frac{\pi}{2}$$

$$u = \cosh y, \quad v = 0 \quad \xrightarrow{y} 0$$

$$\text{at } y = 1 \quad u = \cosh 1 = 1.54$$

$$\text{at } y = 0 \quad u = \cosh 0 = 1$$

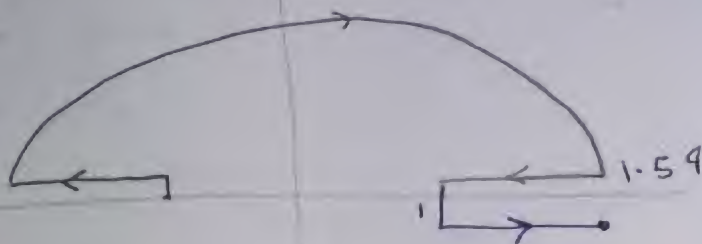


$$\text{at } x = \frac{\pi}{2} ; \quad 0 \xrightarrow{y} 1$$

$$u = \cosh y, \quad v = 0$$

$$\text{at } y = 0 \Rightarrow u = \cosh(0) = 1$$

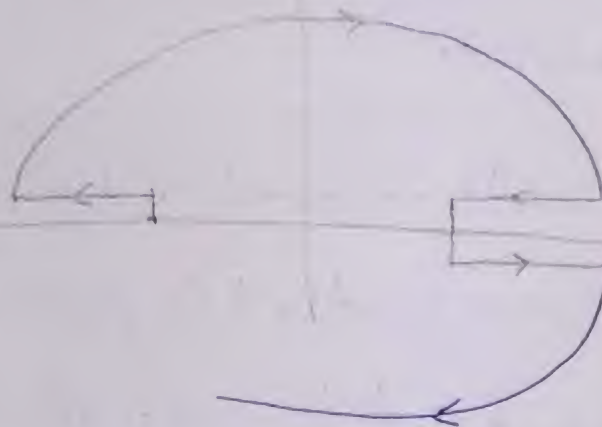
$$\text{at } y = -1 \Rightarrow u = \cosh(-1) = 1.54$$



$$\text{at } y = -1 \quad \frac{\pi}{2} \xrightarrow{x} -\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{u^2}{\cosh^2(-1)} + \frac{v^2}{\sinh^2(-1)} = 1$$

$$\frac{u^2}{(1.54)^2} + \frac{v^2}{(1.17)^2} = 1$$



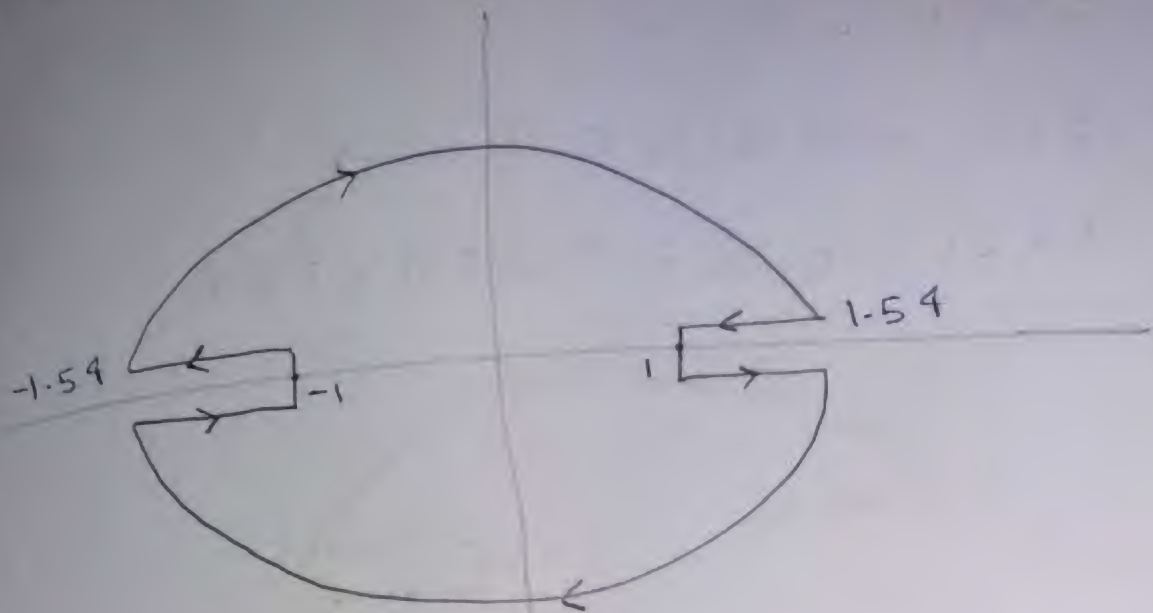
$$\text{at } x = -\frac{\pi}{2} \quad -1 \xrightarrow{y} 0$$

$$u = -\cosh y, \quad v = 0$$

$$y = -1 \Rightarrow u = -1.54$$

$$y = 0 \Rightarrow u = -1$$

→ the map conform the region to



* The series solution of ordinary differential equation

في هذا الجزء نفهم بدراسة حلول المعادلات التفاضلية
 من الرتبة الثانية على الصورة رقم (١) والفكرة مبنية على
 أن أي معادلة يكون حلها دالة . هذه الدالة يمكن فيها
 بسنوك "Taylor" إذا عكست طريقة التفكير فإننا
 يمكن أن نفرض مفكوك يشبه مفكوك "Taylor"
 ونفرض أنه حل المعادلة .

من شكل المعادلة يمكن استنتاج المفكوك .

$$y'' + P(x)y' + Q(x)y = f(x) \longrightarrow (1)$$

Some Notes

① ordinary Point :- (o-P)

x_0 is called ordinary point if

$$P(x_0) \neq \infty ; Q(x_0) \neq \infty$$

② singular Point :- (s-P)

x_0 is called s-P

$$\text{if } P(x_0) = \infty ; Q(x_0) = \infty$$

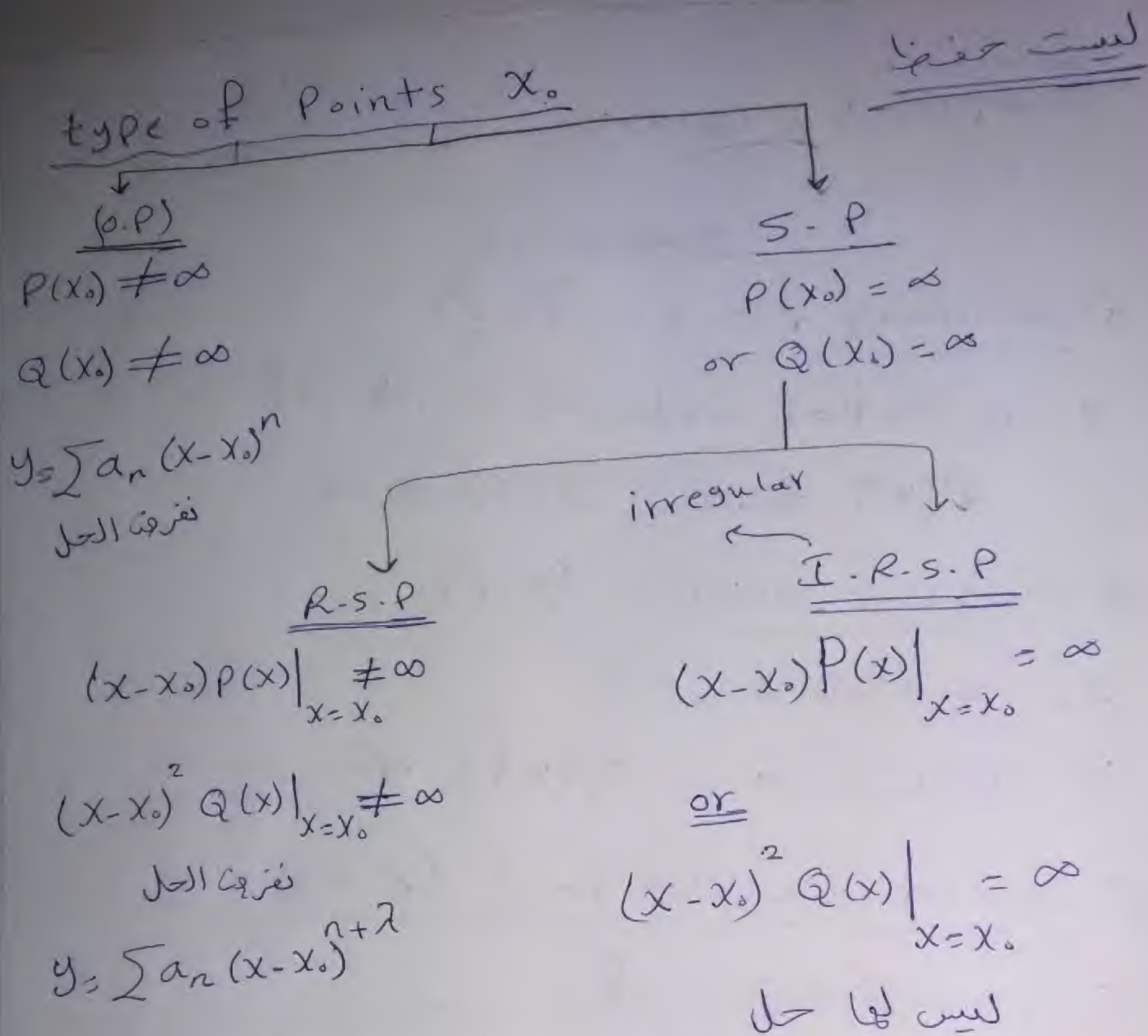
③ Regular singular Point (R.S.P)

x_0 is R.S.P if

$$P(x) \Big|_{x=x_0} = \infty ; Q(x) \Big|_{x=x_0} = \infty$$

$$(x-x_0) P(x) \Big|_{x=x_0} \neq \infty$$

$$(x-x_0)^2 Q(x) \Big|_{x=x_0} = \infty$$



Ex Find a series solution of

$$y'' - xy' + 2y = 0 \quad \text{at } x_0 = 0$$

Sol

eqn $\rightarrow y'' + P(x)y' + Q(x)y = F(x)$

$$P(x) = -x$$

$$Q(x) = 2$$

$$P(0) = 0 \neq \infty \quad , \quad Q(0) = 2 \neq \infty$$

$$x_0 = 0 \quad \text{is } 0-P$$

$$y = \sum a_n (x-0)^n = \sum a_n x^n$$

$$\dot{y} = \sum n a_n x^{n-1} \quad ; \quad \ddot{y} = \sum n(n-1) a_n x^{n-2}$$

بالتعويض في

$$\ddot{y} - x \dot{y} + 2y = 0$$

$$\sum n(n-1) a_n x^{n-2} - \sum n a_n x^n + 2 \sum a_n x^n = 0$$

Coeff. of x^0

$$2(1) a_2 - 0 a_0 + 2 a_0 = 0 \Rightarrow \boxed{a_2 = -a_0} \rightarrow (1)$$

Coeff. of x^1

$$3(2) a_3 - (1) a_1 + 2 a_1 = 0$$

$$\boxed{a_3 = \frac{-a_1}{6}} \rightarrow (2)$$

في كل المسائل نقارن
معامل أقل أس، والرابعة
و معامل الأس العام

Coef^t x^n

$$(n+2)(n+2-1)a_{n+2} - na_n + 2a_n = 0$$

$(n+2) \leftarrow n$ في $(n+2-1)$

$$a_{n+2} = \frac{(n-2)}{(n+2)(n+1)} a_n$$

$$*n=2 \Rightarrow a_4 = 0$$

$$*n=3 \Rightarrow a_5 = \frac{1}{(5)(4)} a_3 = \frac{-1}{120} a_1$$

$$*n=4 \Rightarrow a_6 = \frac{2}{(6)(5)} a_4 = 0$$

← بالتعويض في الحل

$$y = \sum a_n x^n = a_0 x^0 + a_1 x^1 + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + \dots$$

$$= a_0 + a_1 x - a_0 x^2 - a_1 x^3 + 0 - \frac{1}{120} a_1 x^5$$

+ 0 + \dots

$$= a_0(1 - x^2) + a_1 \left(x - \frac{x^3}{6} - \frac{1}{120} x^5 + \dots \right)$$

الأفكار

① النقطة المطلوب الفاعل عندها ليست $(x_0=0)$ وهي x_0 للتسهيل نضع

$$t = x - x_0$$

فتحول من $y = \sum a_n t^n$ إلى $y = \sum a_n (x - x_0)^n$

EX $y'' + xy' + y = 0$ at $x=1$

$$y = \sum a_n (x-1)^n$$

$$t = x - 1 \Rightarrow x = t + 1$$

$$y''(t) + (t+1)y' + y = 0 \quad \text{at } t=0$$

$$y = \sum a_n t^n$$

② إذا وجد شروطاً الابتدائية مع رأس المسألة مثل

$$(1-2x)y'' + y' = 0; \quad y(0)=3; \quad y'(0)=0$$

في آخر خطوة في المسألة نعرف بالشروط لمعرفة قيمة الثوابت وهي a_0, a_1 .

③ إذا وجد كثيرة حدود في الطرف الأيمن مثل

$$y'' + y = x^3 + 5x^2 + 1$$

في الطرف

مع أقاربه المعاملات حتى تنتهي درجة كثيرة الحدود

ثم نقاربه معامل الحد العام

④ إذا ظهر دالة مثلثية أو أسية لو غار يتصية في أي جبرية
من المسألة.

a) $y'' + 5y' + y = e^x$

b) $y'' + xy' + \sin x y = 0$

(b) تفك $(\sin x)$ ~~و~~ بجفك (Taylor) ونجربها
في المعادلة ونقارن المعادلات.

مثال على رقم a

solve

$y'' + (x-1)y' = e^x$ at $x=0$.

Sol

$y = \sum a_n x^n$ $y' = \sum n a_n x^{n-1}$

$y'' = \sum n(n-1) a_n x^{n-2}$

$\sum n(n-1) a_n x^{n-2} + \sum n a_n x^n - \sum n a_n x^{n-1}$

$= \sum \frac{1}{n!} x^n$

$= 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$

Coeff x^0

$2(1)a_2 + 0 - (1)a_1 = 1$

$$a_2 = \frac{1}{2} (1 + a_1)$$

Coeff. of x^1 put $n=3$

$$(3)(2)a_3 + (1)a_1 - 2a_2 = 1$$

$$a_3 = \frac{1}{6} [1 + 2a_2 - a_1]$$

$$= \frac{1}{6} [1 + 1 + a_1 - a_1] \quad \boxed{a_3 = \frac{1}{3}}$$

Coeff. of x^n put $n \rightarrow n+2$

$$(n+2)(n+1)a_{n+2} + na_n - (n+1)a_{n+1} = \frac{1}{n!}$$

$$\boxed{n=2}$$

$$12a_4 + 2a_2 - 3a_3 = \frac{1}{2}$$

$$a_4 = \frac{1}{12} \left[\frac{1}{2} - 1 - a_1 + 1 \right]$$

~~بالعوض~~

بالتعويض في المعادلة

$$y = \sum a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 - \dots$$

مخوف ببقية الثوابت.